Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für theoretische Informatik
Dr. B. Gärtner, Dr. R. Jacob und M. Hoffmann

27. April 2004

Algorithmische Geometrie — Serie 5 — SS04

URL: http://www.ti.inf.ethz.ch/ew/courses/CG04/

Aufgabe 16

Betrachte den Einheitsparaboloiden $\mathcal{U} : z = x^2 + y^2$ im $\mathbb{R}^3$. Bezeichne die Orthogonalprojektion der x/y-Ebene auf $\mathcal{U}$ mit $u : p = (p_x, p_y, p_z) \mapsto (p_x, p_y, {p_x}^2 + {p_y}^2)$. Wie sieht die Gleichung der Tangentialebene H_p an $\mathcal{U}$ in $u(p)$ aus?

Seien p und q zwei Punkte der x/y-Ebene und $h_p : \mathbb{R}^3 \to H_p$ die Orthogonalprojektion der x/y-Ebene auf H_p. Zeige:

$$\|u(q) - h_p(q)\| = \|p - q\|^2 \ .$$

Aufgabe 17 (∗)

Gegeben sei eine Menge M von n reellen Zahlen. Für ein r, $1 \leq r \leq n$, wählen wir eine Menge R von r der Zahlen zufällig, jede Menge in $\binom{M}{r}$ mit gleicher Wahrscheinlichkeit. Bestimme den Erwartungswert der Anzahl von Zahlen aus M, die ausserhalb des Intervalls $I(R) := [\min R, \max R]$ liegen. Was ist der Erwartungswert für die Anzahl von Zahlen in diesem Intervall?

Aufgabe 18

Angenommen, jemand gibt dir ein planares Diagramm (*planar map*), das heisst

- eine endliche Menge $P \subset \mathbb{R}^2$ von Punkten,
- sowie eine Menge S von Segmenten und/oder Strahlen (*rays*), deren Endpunkte allesamt in P liegen.

Wie kannst du feststellen, ob es sich bei diesem Diagramm (P, S) um ein Voronoi-Diagramm handelt? Anders gefragt: Gibt es Menge $Q \subset \mathbb{R}^2$ von Punkten, so dass (P, S) das Voronoi-Diagramm für Q ist?

Aufgabe 19

Entwickle einen Sortieralgorithmus basierend auf der randomisiert-inkrementellen Konstruktion. Der Algorithmus soll für n Zahlen Laufzeit $O(n \log n)$ haben und im Rahmen eines Konfigurationsraumes analysiert werden. Definiere dazu geeignete Konfigurationen und schätze die Laufzeit des Algorithmus über die Gesamtanzahl der Strukturänderungen und Konflikte ab.

Abgabe: Aufgabe 17 schriftlich, am 4. Mai 2004 in der Vorlesung.