Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für theoretische Informatik *25. Mai 2004*
Dr. B. Gärtner, Dr. R. Jacob und M. Hoffmann

Algorithmische Geometrie Serie 9 SS04

URL: `http://www.ti.inf.ethz.ch/ew/courses/CG04/`

Aufgabe 29

Betrachte die Abbildung, welche einem Punkt $p = (p_x, p_y) \in \mathbb{R}^2$ die Gerade $p^* : y = p_x x - p_y$ zuordnet. Umgekehrt wird einer nicht-vertikalen Geraden $\ell : y = mx+b$ der Punkt $\ell^* = (m, -b)$ zugeordnet.

a) Zeige: Die Abbildung ist inzidenz-erhaltend (*incidence preserving*), d.h. $p \in \ell \iff \ell^* \in p^*$.

b) Zeige: Die Abbildung ist ordnungs-erhaltend (*order preserving*), d.h. p liegt oberhalb von $\ell \iff \ell^*$ liegt oberhalb von p^* .

c) Wenn drei Punkte p, q und r kollinear sind, was gilt dann für p^*, q^* und r^*?

d) Betrachte ein Liniensegment s. Was ist $s^* := \{p^* \mid p \in s\}$?

Aufgabe 30

Gegeben eine Menge L von n nicht-vertikalen Geraden im $\mathbb{R}^2$. Beschreibe und analysiere einen Algorithmus zur Berechnung der unteren Einhüllenden (*lower envelope*) von L. Die untere Einhüllende von L ist die Menge aller Punkte der Ebene, die unterhalb von allen Geraden aus L liegen.

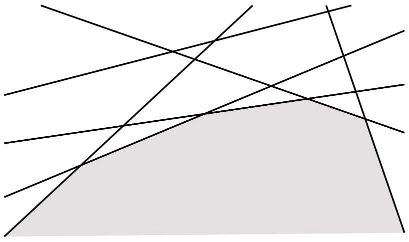

Abbildung 1: Die untere Einhüllende einer Menge von Geraden.

Aufgabe 31 (∗)

Betrachte zwei Mengen $P, Q \subset \mathbb{R}^2$ von $|P| = n$ und $|Q| = m$ Punkten für $m, n \in \mathbb{N}$. Nimm weiter an, dass P links und Q rechts von einer vertikalen Geraden g liegt. Zeige: Sind die oberen konvexen Hüllen von P und Q als Feld (*array*) ihrer Eckpunkte gegeben, so kann man daraus in $O(\log \max\{m, n\})$ Zeit die obere konvexe Hülle von $P \cup Q$ berechnen.

Abgabe: Aufgabe 31 schriftlich, am 1. Juni 2004 in der Vorlesung.