Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für Theoretische Informatik
Dr. B. Gärtner, Prof. Dr. J. Hromkovič

12. Oktober 2010

Informatik für Mathematiker und Physiker — Lösung 2 — HS 10

URL: http://www.ti.inf.ethz.ch/ew/courses/Info1_10/

Aufgabe 1 Die Funktionsdefinition lautet

$$f(a, b) := \binom{a+b-1}{2} + b.$$

Aufgabe 2 Die Aufgabe ist im Wesentlichen identisch mit der Aufgabe 4.9 aus Kapitel 4 von Sieben Wunder der Informatik. Die Lösung ist am Ende von Kapitel 4 enthalten. Der einzige Unterschied ist, das $D(2)$ anstelle von $D(3)$ betrachtet wird.

Das Problem $(\mathbb{N}, D(3))$ ist algorithmisch *nicht* lösbar. Das kann man leicht sehen, wenn man sich die folgende Tabelle anschaut. Hier wird für alle Programme (jede Zeile entspricht einem Programm) die Menge der akzeptierten Zahlen dargestellt. Die eingekreisten Zahlen sind die Stellen, in denen sich $D(3)$ von der von einem Programm akzeptierten Menge unterscheidet. Das kommt von der Definition, die in der Aufgabenstellung gegeben ist. Wesentlich ist, dass es in jeder Zeile eine solche eingekreiste Zahl gibt, das heisst, dass es *kein* Programm und demnach auch keinen Algorithmus gibt, der $D(3)$ als akzeptierte Menge hat.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$M(P_1)$	1	1	0	1	0	1	1	1	1	$\dots$
$M(P_2)$	0	0	1	1	0	0	1	1	1	
$M(P_3)$	1	0	1	0	0	0	1	0	0	
$\vdots$										$\ddots$

Aufgabe 3 Seien G_1, G_2 und G_3 drei Gleichungen in den Unbekannten x_1, x_2 und x_3. O.B.d.A. können wir annehmen, dass es mindestens eine Gleichung gibt, in der x_1 vorkommt, und dass das in G_1 der Fall ist. Hier ist das Rezept für die Reduktion:

1. Löse G_1 nach x_1 auf und substituiere den Lösungsterm in G_2 und G_3. Nun ist $\{G_2, G_3\}$ ein Gleichungssystem mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten, gehört also zu $L(2)$.
2. Löse das Gleichungssystem $\{G_2, G_3\}$ mit dem Algorithmus, der uns für $L(2)$ zur Verfügung steht.
3. Resubstituiere die Lösungen für x_2 und x_3, die wir in Schritt 2 bekommen haben, zurück in G_1, um x_1 zu erhalten.

Schritt 1 und 3 machen also die eigentliche Reduktion aus, und Schritt 2 ist die Anwendung des Algorithmus für Probleme aus $L(2)$ als “black box”.