Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für Theoretische Informatik
Dr. B. Gärtner, Prof. Dr. J. Hromkovič

19. Oktober 2010

Informatik für Mathematiker und Physiker — Lösung 3 — HS 10

URL: http://www.ti.inf.ethz.ch/ew/courses/Info1_10/

Aufgabe 2 Wir zeigen $(\mathrm{DIAG}, \mathbb{N}) \leq (\overline{\mathrm{DIAG}}, \mathbb{N})$. Das ist natürlich trivial. Wenn wir einen Algorithmus für $(\overline{\mathrm{DIAG}}, \mathbb{N})$ hätten, könnten wir auch $(\mathrm{DIAG}, \mathbb{N})$ entscheiden, indem wir einfach die Antworten vertauschen. Da wir aufgrund des Diagonalargumentes wissen, dass $(\mathrm{DIAG}, \mathbb{N})$ nicht algorithmisch lösbar ist, können wir auch $(\overline{\mathrm{DIAG}}, \mathbb{N})$ nicht entscheiden.

Alle anderen Reduktionen sind auch möglich, aber komplizierter.

Aufgabe 3 Wir zeigen $(\mathrm{DIAG}, \mathbb{N}) \leq (\mathrm{HALT\text{-}DIAG}, \mathbb{N})$, was ganz ähnlich funktioniert, wie sie in der Vorlesung für HALT gesehen haben. Wir möchten mit Hilfe des (hypothetischen) Algorithmus für $(\mathrm{HALT\text{-}DIAG}, \mathbb{N})$ einen Algorithmus bauen, der $(\mathrm{DIAG}, \mathbb{N})$ entscheidet.

Als erstes fragen wir, ob die Eingabe i zur Menge HALT-DIAG gehört. Wir bekommen eine Antwort JA oder NEIN. Ist die Antwort JA, dann wissen wir, dass $i \in \mathrm{DIAG}$, denn P_i akzeptiert i nicht. In diesem Fall können wir JA zurück geben.

Ist die Antwort NEIN, wissen wir, dass das Programm P_i auf der Eingabe i hält. Somit können wir P_i generieren und es auf i laufen lassen. Wir sind sicher, dass wir eine Antwort bekommen, die entweder JA oder NEIN ist. Natürlich müssen wir diese Antwort nur noch umdrehen, um eine gültige Antwort für $(\mathrm{DIAG}, \mathbb{N})$ zu erhalten.

Da wir aber wissen, dass $(\mathrm{DIAG}, \mathbb{N})$ algorithmisch nicht lösbar ist, kann es auch keinen Algorithmus für $(\mathrm{HALT\text{-}DIAG}, \mathbb{N})$ geben.