Institut für Theoretische Informatik
Dr. B. Gärtner, Prof. Dr. J. Hromkovič

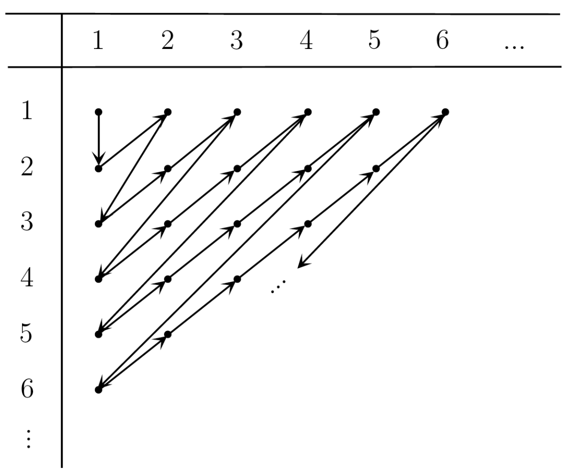
5. Oktober 2010

Informatik für Mathematiker und Physiker — Serie 2 — HS 10

URL: `http://www.ti.inf.ethz.ch/ew/courses/Info1_10/`

Aufgabe 1 (4 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie gesehen, wie man unendlich viele Passagiere in unendlich vielen Bussen systematisch nummerieren kann. Vergleichen Sie dazu die folgende Abbildung. Geben Sie eine explizite Formel an für die Nummerierungs-Funktion $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, die durch die Abbildung suggeriert wird. Dabei gibt das erste Argument die Zeilennummer und das zweite Argument die Kolonnennummer in dem zweidimensionalen Feld an. Der Wert der Funktion ergibt sich aus der Anzahl Knoten, die man antrifft, wenn man dem Pfad in der Abbildung bis zu einem bestimmten Element folgt. Das heisst $f(1,1) := 1$, $f(2,1) := 2$, $f(1,2) := 3$, $f(3,1) := 4$, und so weiter. Beachten Sie, dass $\mathbb{N}$ die Menge der natürlichen Zahlen ohne die Null ist.



Aufgabe 2 (6 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Menge,

$$D(3) := \{3i \mid i \in \mathbb{N} \text{ und das } i\text{-te Programm akzeptiert } 3i \text{ nicht}\}.$$

Ist das Entscheidungsproblem $(\mathbb{N}, D(3))$ algorithmisch lösbar? Begründen Sie ihre Antwort!

Tipp: Falls $(\mathbb{N}, D(3))$ algorithmisch lösbar ist, dann gibt es ein Programm, das ein beliebiges $i \in \mathbb{N}$ genau dann akzeptiert, wenn $i \in D(3)$.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Betrachten Sie das Problem $L(i)$, welches darin besteht, ein lineares Gleichungssystem mit i Gleichungen und i Unbekannten zu lösen.

Zeigen Sie, dass $L(3)$ auf $L(2)$ reduzierbar ist, also dass $L(3)$ algorithmisch nicht schwerer ist als $L(2)$.

Abgabe: Bis 12. Oktober 2010, 15.15 Uhr.