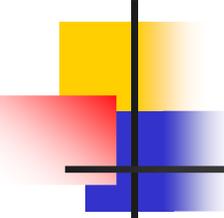


Referenztypen (II) und Const-Referenzen

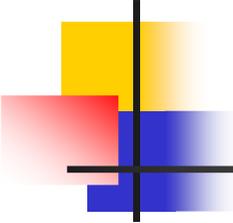
Temporäre Objekte, Const-Referenzen, was genau ist konstant?



Temporäre Objekte

Was ist hier falsch?

```
int& foo (int i)
{
    return i;
}
```

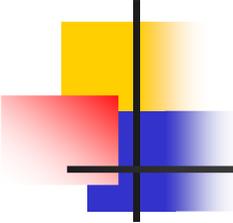


Temporäre Objekte

Was ist hier falsch?

```
int& foo (int i)
{
    return i;
}
```

← Rückgabewert vom Typ `int&` wird Alias des formalen Arguments, dessen Speicherdauer aber nach Auswertung des Funktionsaufrufes endet.



Temporäre Objekte

Was ist hier falsch?

```
int& foo (int i)
{
    return i;
}
```

Rückgabewert vom Typ `int&` wird Alias des formalen Arguments, dessen Speicherdauer aber nach Auswertung des Funktionsaufrufes endet.

```
int i = 3;
int& j = foo(i);           // j refers to expired object
std::cout << j << "\n"; // undefined behavior
```



Temporäre Objekte

Was ist hier falsch?

```
int& foo (int i)
{
    return i;
}
```

Aufrufstapel



```
int i = 3;
int& j = foo(i); // j refers to expired object
std::cout << j << "\n"; // undefined behavior
```

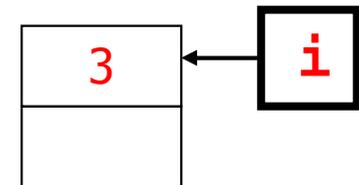
Temporäre Objekte

Was ist hier falsch?

```
int& foo (int i)
{
    return i;
}
```

Wert des Aufrufarguments
kommt auf den Aufrufstapel

Aufrufstapel



```
int i = 3;
int& j = foo(i);           // j refers to expired object
std::cout << j << "\n"; // undefined behavior
```

Temporäre Objekte

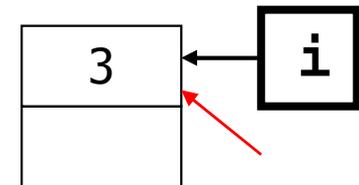
Was ist hier falsch?

```
int& foo (int i)
{
    return i;
}
```

i wird als Referenz zurückgegeben...

```
int i = 3;
int& j = foo(i);           // j refers to expired object
std::cout << j << "\n"; // undefined behavior
```

Aufrufstapel



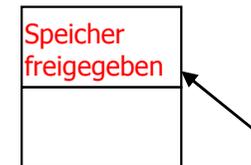
Temporäre Objekte

Was ist hier falsch?

```
int& foo (int i)
{
    return i;
}
```

... und verschwindet vom Aufrufstapel

Aufrufstapel



```
int i = 3;
int& j = foo(i);           // j refers to expired object
std::cout << j << "\n"; // undefined behavior
```

Temporäre Objekte

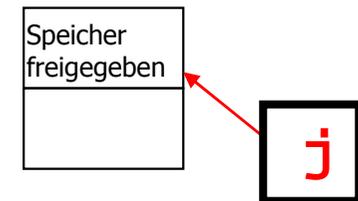
Was ist hier falsch?

```
int& foo (int i)
{
    return i;
}
```

j wird mit Rückgabereferenz initialisiert

```
int i = 3;
int& j = foo(i);           // j refers to expired object
std::cout << j << "\n"; // undefined behavior
```

Aufrufstapel



Temporäre Objekte

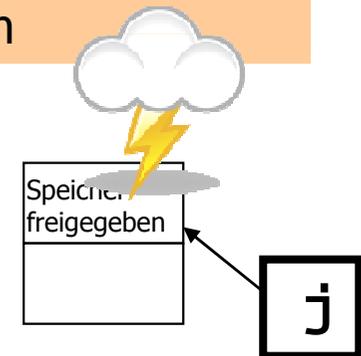
Was ist hier falsch?

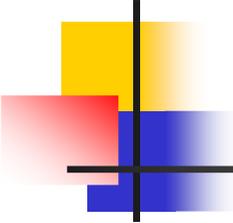
```
int& foo (int i)
{
    return i;
}
```

Wert von j wird ausgegeben

```
int i = 3;
int& j = foo(i);           // j refers to expired object
std::cout << j << "\n"; // undefined behavior
```

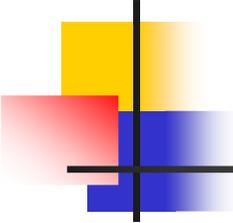
Aufrufstapel





Die Referenz-Richtlinie

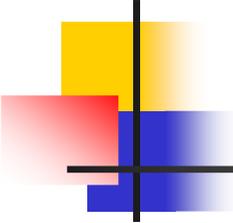
Wenn man eine Referenz erzeugt, muss das Objekt, auf das sie verweist, mindestens so lange "leben" wie die Referenz selbst.



Const-Referenzen

Vorschlag des Effizienzfanatikers:

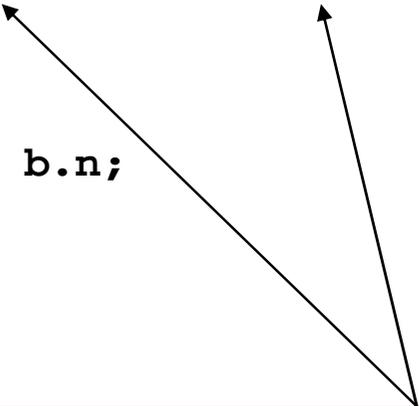
```
// POST: return value is the sum of a and b
rational operator+ (const rational& a, const rational& b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```



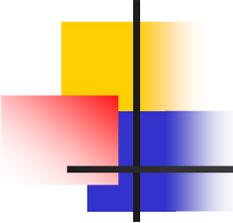
Const-Referenzen

Vorschlag des Effizienzfanatikers:

```
// POST: return value is the sum of a and b
rational operator+ (const rational& a, const rational& b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```



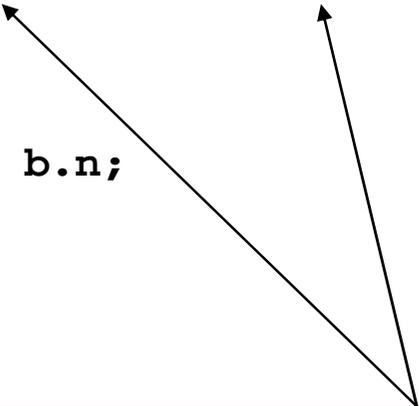
Beim Aufruf muss jeweils nur **eine** Adresse kopiert werden anstatt **zwei** `int`'s (Einsparung wird dramatisch bei grossen Structs)



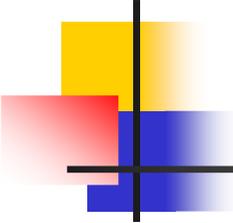
Const-Referenzen

Vorschlag des Effizienzfanatikers:

```
// POST: return value is the sum of a and b
rational operator+ (const rational& a, const rational& b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```



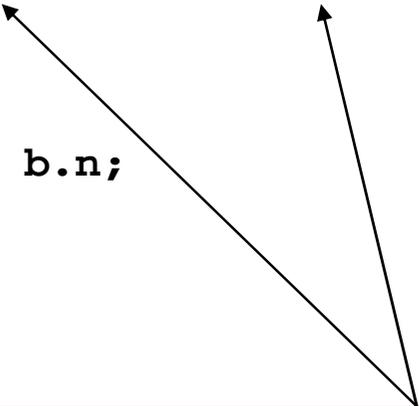
Scheinbarer Nachteil: Operator kann nur mit L-Werten aufgerufen werden.



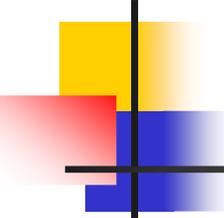
Const-Referenzen

Vorschlag des Effizienzfanatikers:

```
// POST: return value is the sum of a and b
rational operator+ (const rational& a, const rational& b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```



Scheinbarer Nachteil: Operator kann nur mit L-Werten aufgerufen werden. **Die Wahrheit:** für *const-Referenzen* gehen auch R-Werte



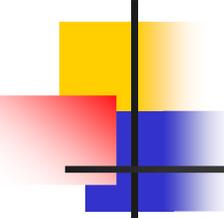
Was genau ist konstant?

Betrachte L-Wert vom Typ `const T`
(R-Werte sind ohnehin konstant)

- o Fall 1: `T` ist kein Referenztyp

Dann verweist der L-Wert auf ein konstantes **Objekt**.

```
const int n ← = 5;  
int& i = n; // error: const-qualification is discarded  
i = 6;
```



Was genau ist konstant?

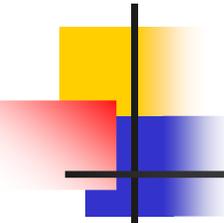
Betrachte L-Wert vom Typ `const T`
(R-Werte sind ohnehin konstant)

- o Fall 1: `T` ist kein Referenztyp

Dann verweist der L-Wert auf ein konstantes **Objekt**.

```
const int n = 5;  
int& i = n; // error: const-qualification is discarded  
i = 6;
```

Schummelversuch wird vom Compiler erkannt!

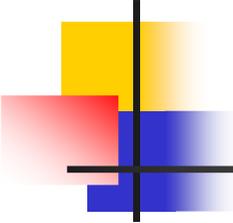


Was genau ist konstant?

Betrachte L-Wert vom Typ `const T`
(R-Werte sind ohnehin konstant)

- o Fall 2: T ist Referenztyp

Dann verweist der L-Wert auf ein Objekt, dessen Wert zwar veränderbar ist, aber **nicht durch diesen Alias**.



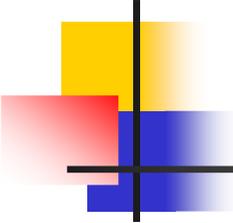
Was genau ist konstant?

Betrachte L-Wert vom Typ `const T`
(R-Werte sind ohnehin konstant)

- o Fall 2: `T` ist Referenztyp

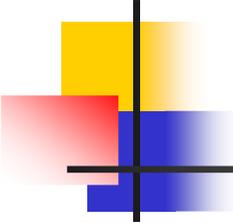
Dann verweist der L-Wert auf ein Objekt, dessen Wert zwar veränderbar ist, aber **nicht durch diesen L-Wert** .

```
int n = 5;
const int& i = n; // i becomes a non-modifiable alias of n
int& j = n;      // j becomes a modifiable alias of n
i = 6;          // error: n is modified through const reference
j = 6;          // ok: n receives value 6
```



Const-Referenzen

- haben Typ `const T&` (= `const (T&)`)
- können auch mit R-Werten initialisiert werden (Compiler erzeugt temporäres Objekt ausreichender Lebensdauer)

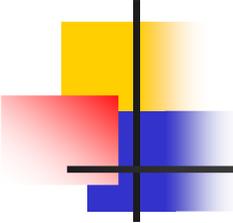


Const-Referenzen

- haben Typ `const T&` (= `const (T&)`)
- können auch mit R-Werten initialisiert werden (Compiler erzeugt temporäres Objekt ausreichender Lebensdauer)
- sind die eierlegende Wollmilchsau:

```
const T& r = lvalue ;
```

r wird mit Adresse von *lvalue* initialisiert (effizient)

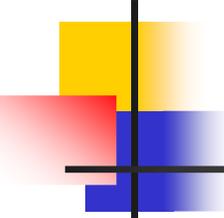


Const-Referenzen

- haben Typ `const T&` (= `const (T&)`)
- können auch mit R-Werten initialisiert werden (Compiler erzeugt temporäres Objekt ausreichender Lebensdauer)
- sind die eierlegende Wollmilchsau:

```
const T& r = rvalue ;
```

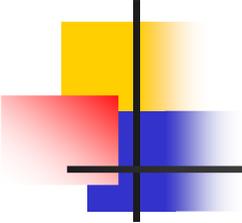
r wird mit Adresse eines temporären Objekts vom Wert des *rvalue* initialisiert (flexibel)



const T vs. const T&

```
// POST: return value is the sum of a and b
rational operator+ (const rational& a, const rational& b) {
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```

Regel: `const T` kann als Argumenttyp immer durch `const T&` ersetzt werden; dies lohnt sich aber nicht für fundamentale Typen oder "kleine" Structs.

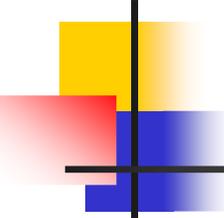


T vs. $T\&$

```
// POST: return value is the sum of a and b
rational operator+ (const rational& a, const rational& b) {
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```

Regel: `const T` kann als Argumenttyp immer durch `const T&` ersetzt werden; dies lohnt sich aber nicht für fundamentale Typen oder "kleine" Structs.

Achtung: T kann als Argumenttyp *nicht* immer durch $T\&$ ersetzt werden (Gegenbeispiel: unärer `operator-` für rationale Zahlen ändert dadurch sein Verhalten)

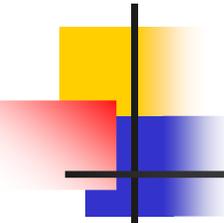


Rückgabe von Const-Referenzen

- o Ersetzen von T durch `const T&` ist meistens *nicht* gut bei Rückgabetypen

Korrekte Version:

```
rational operator+ (const rational& a, const rational& b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```



Rückgabe von Const-Referenzen

- o Ersetzen von T durch `const T&` ist meistens *nicht* gut bei Rückgabetypen

Inkorrekte Version:

```
const rational& operator+ (const rational& a, const rational& b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```

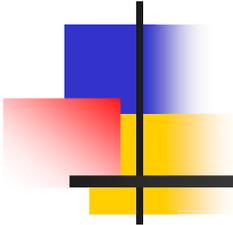
Rückgabe von Const-Referenzen

- o Ersetzen von T durch `const T&` ist meistens *nicht* gut bei Rückgabetypen

Inkorrekte Version:

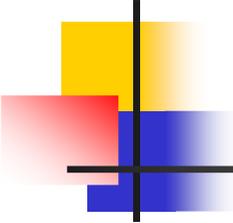
```
const rational& operator+ (const rational& a, const rational& b)
{
    rational result;
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;
    result.d = a.d * b.d;
    return result;
}
```

Hier wird Referenz auf ein temporäres Objekt zurückgegeben



Klassen

Datenkapselung, Klassen-Typen,
Mitgliedsfunktionen,
Konstruktoren, Konversionen,
Zufallszahlen

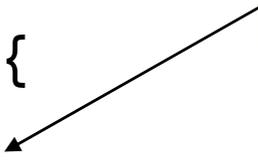


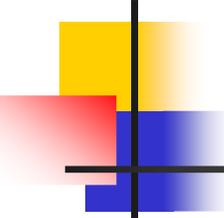
Datenkapselung: Motivation

Erinnern wir uns:

```
struct rational {  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};
```

neuer Typ für rationale Zahlen...





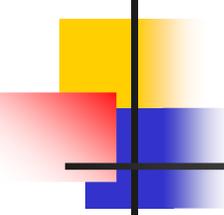
Datenkapselung: Motivation

Erinnern wir uns:

```
struct rational {  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};  
// POST: return value is the sum of a and b  
rational operator+ (const rational a, const rational b)  
{  
    rational result;  
    result.n = a.n * b.d + a.d * b.n;  
    result.d = a.d * b.d;  
    return result;  
}
```

neuer Typ für rationale Zahlen...

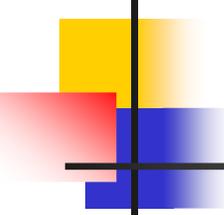
...und Funktionalität darauf



Datenkapselung: Motivation

Resultierende Bibliothek:

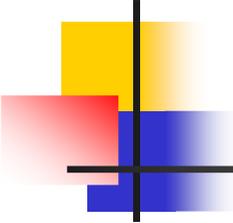
- **rational.h:**
 - Definition des Structs `rational`
- **rational.C:**
 - Arithmetische Operatoren (`operator+`, `operator+=`, ...)
 - Relationale Operatoren (`operator==`, ...)
 - Ein/Ausgabe (`operator>>`, `operator<<`)



Datenkapselung: Motivation

Gedankenexperiment:

- Verkauf der Bibliothek an einen Kunden: *Rationales Denken AG* (RAT)
- RAT entwickelt Anwendung unter Benutzung der Bibliothek (wie in `userational12.c`)



Datenkapselung: Motivation

Problem 1

Initialisierung ist mühsam:

- Will RAT die rationale Zahl $\frac{1}{2}$ haben, müssen sie folgendes schreiben:

```
rational r; // default-initialization of r
r.n = 1;    // assignment to data member
r.d = 2;    // assignment to data member
```

Datenkapselung: Motivation

Problem 1

Initialisierung ist mühsam:

- Will RAT die rationale Zahl $\frac{1}{2}$ haben, müssen sie folgendes schreiben:

```
rational r; // default-initialization of r  
r.n = 1;    // assignment to data member  
r.d = 2;    // assignment to data member
```

zwei Zuweisungen für einen Wert ($\frac{1}{2}$)

Datenkapselung: Motivation

Problem 1

Initialisierung ist mühsam:

- Will RAT die rationale Zahl $\frac{1}{2}$ haben, müssen sie folgendes schreiben:

```
rational r; // default-initialization of r
r.n = 1;    // assignment to data member
r.d = 2;    // assignment to data member
```

zwei Zuweisungen für einen Wert ($\frac{1}{2}$)

Bei grösseren Structs (z.B. `rational_vector_3`) sind es noch viel mehr...

Datenkapselung: Motivation

Problem 1

Initialisierung ist mühsam:

- Will RAT die rationale Zahl $\frac{1}{2}$ haben, müssen sie folgendes schreiben:

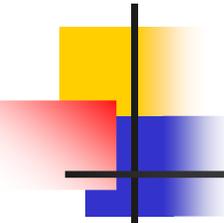
```
rational r; // default-initialization of r
r.n = 1;    // assignment to data member
r.d = 2;    // assignment to data member
```

zwei Zuweisungen für einen Wert ($\frac{1}{2}$)

Wenn nur eine der Zuweisungen vergessen wird, ist der Wert undefiniert!

Datenkapselung: Motivation

Problem 2



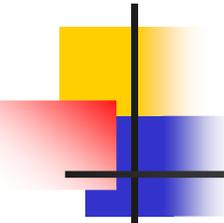
Invarianten sind nicht garantiert:

- Programmierer bei RAT könnte schreiben:

```
rational r;  
r.n = 1;  
r.d = 0; // Integrity of r is violated!
```

Datenkapselung: Motivation

Problem 2

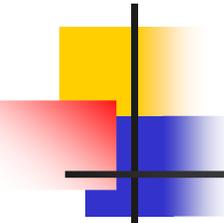


Invarianten sind nicht garantiert:

- Programmierer bei RAT könnte schreiben:

```
rational r;  
r.n = 1;  
r.d = 0; // Integrity of r is violated!
```

Selbst, wenn der Programmierer bei RAT nicht so "doof" ist, kann durch fehlerhafte Berechnungen irgendwo anders ein Nenner von 0 aus Versehen zustandekommen!



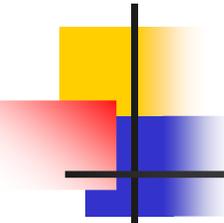
Datenkapselung: Motivation

Lösungsansatz für Probleme 1,2

Erweitern der Bibliothek um eine sichere

Initialisierungsfunktion:

```
// PRE:  d != 0
// POST: return value is n/d
rational create_rational (const int n, const int d) {
    assert (d != 0);
    rational result;
    result.n = n;
    result.d = d;
    return result;
}
```

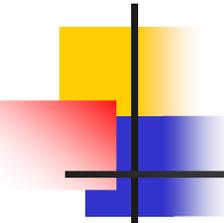


Datenkapselung: Motivation Lösungsansatz für Probleme 1,2

Erweitern der Bibliothek um eine sichere
Initialisierungsfunktion:

- o RAT kann nun schreiben:

```
rational r = create_rational (1, 2);
```



Datenkapselung: Motivation

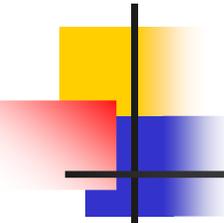
Lösungsansatz für Probleme 1,2

Erweitern der Bibliothek um eine sichere
Initialisierungsfunktion:

- o RAT kann nun schreiben:

```
rational r = create_rational (1, 2);
```

Aber (1): `r.d = 0`; ist weiterhin möglich!



Datenkapselung: Motivation Lösungsansatz für Probleme 1,2

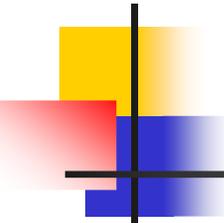
Erweitern der Bibliothek um eine sichere
Initialisierungsfunktion:

- o RAT kann nun schreiben:

```
rational r = create_rational (1, 2);
```

Aber (1): `r.d = 0`; ist weiterhin möglich!

Aber (2): Initialisierung kann weiterhin vergessen werden!



Datenkapselung: Motivation

Problem 3 (das eigentliche)

Interne Repräsentation nicht änderbar!

- RAT fragt an: können wir rationale Zahlen mit erweitertem Wertebereich haben?

Datenkapselung: Motivation

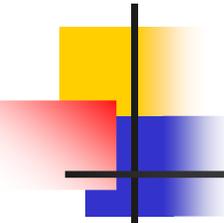
Problem 3 (das eigentliche)

Interne Repräsentation nicht änderbar!

- RAT fragt an: können wir rationale Zahlen mit erweitertem Wertebereich haben?
- Klar, kein Problem, z.B.

```
struct rational {  
    int n,  
    int d, // INV: d != 0  
};
```

```
struct rational {  
    unsigned int n;  
    unsigned int d;  
    bool is_negative;  
};
```



Datenkapselung: Motivation

Problem 3 (das eigentliche)

Notwendige Schritte:

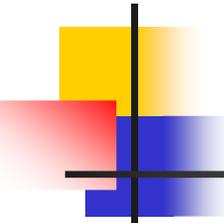
- Anpassen von `rational.h` und `rational.c` an die neue interne Repräsentation rationaler Zahlen
- Lieferung der neuen Bibliotheksversion an RAT

Datenkapselung: Motivation

Problem 3 (das eigentliche)

- o RAT ruft an: *nichts geht mehr!*

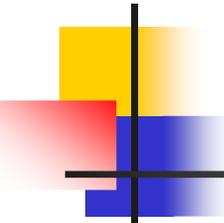




Datenkapselung: Motivation

Problem 3 (das eigentliche)

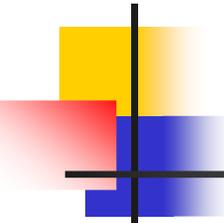
- RAT ruft an: *nichts geht mehr!*
- Problem:
 - Anwendungscode enthält jede Menge **.n's** und **.d's**



Datenkapselung: Motivation

Problem 3 (das eigentliche)

- RAT ruft an: *nichts geht mehr!*
- Problem:
 - Anwendungscode enthält jede Menge **.n's** und **.d's**
 - ...aber die bedeuten jetzt *etwas anderes* (Absolutwerte von Zähler und Nenner)



Datenkapselung: Motivation

Problem 3 (das eigentliche)

- RAT ruft an: *nichts geht mehr!*
- Problem:
 - Anwendungscode enthält jede Menge **.n's** und **.d's**
 - ...aber die bedeuten jetzt *etwas anderes* (Absolutwerte von Zähler und Nenner)
 - RAT's Anwendung kompiliert zwar noch, berechnet aber Unsinn

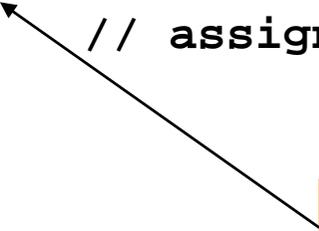
Datenkapselung: Motivation

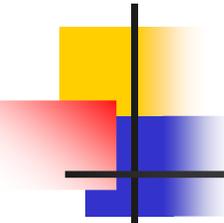
Problem 3 (das eigentliche)

- RAT ruft an: *nichts geht mehr!*
- Beispiel:

```
rational r; // default-initialization of r
r.n = 1;    // assignment to data member
r.d = 2;    // assignment to data member
```

Bisher: ok!



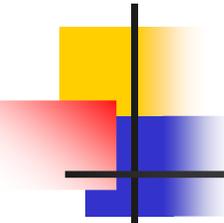


Datenkapselung: Motivation Problem 3 (das eigentliche)

- RAT ruft an: *nichts geht mehr!*
- Beispiel:

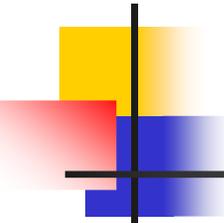
```
rational r; // default-initialization of r
r.n = 1;    // assignment to data member
r.d = 2;    // assignment to data member
```

Neu: das neue Datenmitglied `r.is_negative` wird nicht initialisiert und hat daher undefinierten Wert; Die Folge: `r` ist undefiniert!



Datenkapselung: Motivation Problem 3 (das eigentliche)

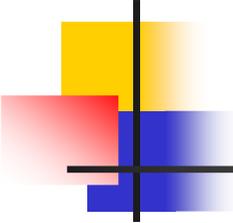
Wenn man dem Kunden erlaubt, auf die interne Repräsentation zuzugreifen, kann man sie in Zukunft **nur mit Zustimmung** des Kunden ändern!



Datenkapselung: Motivation Problem 3 (das eigentliche)

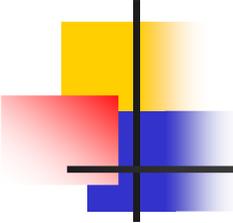
Wenn man dem Kunden erlaubt, auf die interne Repräsentation zuzugreifen, kann man sie in Zukunft **nur mit Zustimmung** des Kunden ändern!

Die bekommt man nicht, wenn der Kunde dafür seinen Anwendungscode sehr stark umschreiben müsste!



Idee der Datenkapselung

- Ein Typ ist durch **Wertebereich** und **Funktionalität** vollständig definiert
- wie die Werte durch **Daten-Mitglieder** repräsentiert werden, sollte für den Kunden **nicht sichtbar** sein
- Dem Kunden wird **repräsentationsunabhängige Funktionalität** angeboten



Klassen

- sind das Konzept von C++ zur Datenkapselung
- verallgemeinern Structs
- sind Bestandteil jeder "objektorientierten Programmiersprache"

Verstecken der Daten: `public` und `private`

```
class rational {  
private:  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};
```

wird anstatt `struct` verwendet, wenn überhaupt etwas versteckt werden soll.

Verstecken der Daten: `public` und `private`

```
class rational {  
private:  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};
```

wird anstatt `struct` verwendet, wenn überhaupt etwas versteckt werden soll.

`struct` : standardmässig wird *nichts* versteckt

`class` : standardmässig wird *alles* versteckt

das ist auch schon der einzige Unterschied!

Verstecken der Daten: `public` und `private`

```
class rational {  
  private: ←  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};
```

alles, was nicht `public:` ist, ist für den Kunden versteckt, kann also nicht über Mitgliedszugriff benutzt werden.

Verstecken der Daten: `public` und `private`

```
class rational {  
  private: ←  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};
```

alles, was nicht `public:` ist, ist für den Kunden versteckt, kann also nicht über Mitgliedszugriff benutzt werden.

Anwendungscode:

```
rational r;  
r.n = 1;      // error: n is private  
r.d = 2;      // error: d is private  
int i = r.n; // error: n is private
```

Verstecken der Daten: `public` und `private`

```
class rational {  
  private: ←  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};
```

alles, was nicht `public:` ist, ist für den Kunden versteckt, kann also nicht über Mitgliedszugriff benutzt werden.

Anwendungscode:

```
rational r;  
r.n = 1;      // error: n is private  
r.d = 2;      // error: d is private  
int i = r.n;  // error: n is private
```

Gute Nachricht: `r.d = 0;` geht nicht mehr!

Verstecken der Daten: `public` und `private`

```
class rational {  
  private: ←  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};
```

alles, was nicht `public:` ist, ist für den Kunden versteckt, kann also nicht über Mitgliedszugriff benutzt werden.

Anwendungscode:

```
rational r;  
r.n = 1;      // error: n is private  
r.d = 2;      // error: d is private  
int i = r.n;  // error: n is private
```

Gute Nachricht: `r.d = 0;` geht nicht mehr!

Schlechte Nachricht: der Kunde kann nun gar nichts mehr machen...

Verstecken der Daten: `public` und `private`

```
class rational {  
  private: ←  
    int n;  
    int d; // INV: d != 0  
};
```

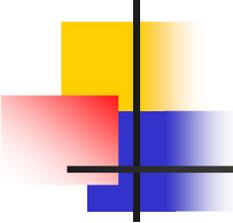
alles, was nicht `public:` ist, ist für den Kunden versteckt, kann also nicht über Mitgliedszugriff benutzt werden.

Anwendungscode:

```
rational r;  
r.n = 1;      // error: n is private  
r.d = 2;      // error: d is private  
int i = r.n; // error: n is private
```

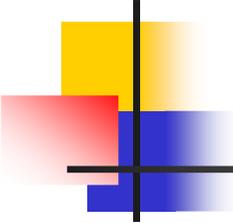
Gute Nachricht: `r.d = 0;` geht nicht mehr!

Schlechte Nachricht: ...und wir auch nicht (kein `operator+` mit `.n`, `.d`)



Mitglieds-Funktionen

- erlauben kontrollierten Zugriff auf die versteckten Daten

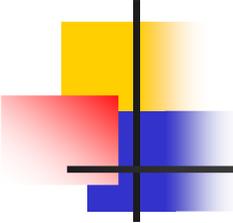


Mitglieds-Funktionen

- o erlauben kontrollierten Zugriff auf die versteckten Daten

```
class rational {  
    public:  
        // POST: return value is the numerator of *this  
        int numerator () const  
        {  
            return n;  
        }  
        // POST: return value is the denominator of *this  
        int denominator () const  
        {  
            return d;  
        }  
    private:  
        int n;  
        int d; // INV: d!= 0  
};
```

} öffentlicher Bereich



Mitglieds-Funktionen

- o erlauben kontrollierten Zugriff auf die versteckten Daten

```
class rational {
public:
    // POST: return value is the numerator of *this
    int numerator () const
    {
        return n;
    }
    // POST: return value is the denominator of *this
    int denominator () const
    {
        return d;
    }
private:
    int n;
    int d; // INV: d!= 0
};
```

Anwendungscode:

```
int n = r.numerator();    // get numerator of r
int d = r.denominator(); // get denominator of r
```

Mitglieds-Funktionen

- o erlauben kontrollierten Zugriff auf die versteckten Daten

```
class rational {  
public:  
    // POST: return value is the numerator of *this  
    int numerator () const  
    {  
        return n;  
    }  
    // POST: return value is the denominator of *this  
    int denominator () const  
    {  
        return d;  
    }  
private:  
    int n;  
    int d; // INV: d!= 0  
};
```

Mitglieds-Funktion

Mitglieds-Zugriff

Anwendungscode:

```
int n = r.numerator();    // get numerator of r  
int d = r.denominator(); // get denominator of r
```

Mitglieds-Funktionen

- o erlauben kontrollierten Zugriff auf die versteckten Daten

```
class rational {  
public:  
    // POST: return value is the numerator of *this  
    int numerator () const  
    {  
        return n;  
    }  
    // POST: return value is the denominator of *this  
    int denominator () const  
    {  
        return d;  
    }  
private:  
    int n;  
    int d; // INV: d!= 0  
};
```

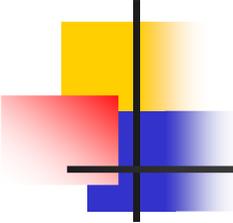
Mitgliedsfunktionen haben Zugriff auf private Daten!

Mitglieds-Funktion

Mitglieds-Zugriff

Anwendungscode:

```
int n = r.numerator(); // get numerator of r  
int d = r.denominator(); // get denominator of r
```



Mitglieds-Funktionen: der implizite Parameter

```
// POST: return value is the numerator of *this  
int numerator () const  
{  
    return n;  
}
```

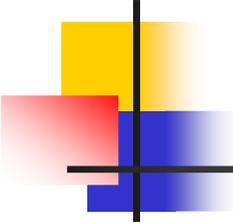
Eine Mitgliedsfunktion wird *für* einen Ausdruck der Klasse aufgerufen (der Ausdruck vor dem Mitglieds-Zugriff-Operator); dieser Ausdruck ist ein implizites Argument des Aufrufs und wird mit ***this** bezeichnet.

Mitglieds-Funktionen: der implizite Parameter

```
// POST: return value is the numerator of *this  
int numerator () const  
{  
    return n;  
}
```

Beispiel: **r**.numerator()

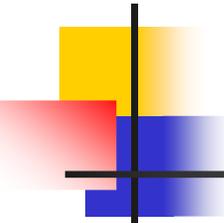
Eine Mitgliedsfunktion wird *für* einen Ausdruck der Klasse aufgerufen (der Ausdruck vor dem Mitglieds-Zugriff-Operator); dieser Ausdruck ist ein **implizites Argument** des Aufrufs und wird mit ***this** bezeichnet.



Mitglieds-Funktionen und `const`

```
// POST: return value is the numerator of *this
int numerator () const
{
    return n;
}
```

Das `const` hinter der Deklaration einer Mitglieds-Funktions bezieht sich auf das implizite Argument `*this`, verspricht also, dass dieser durch den Aufruf nicht im Wert modifiziert wird.



Mitglieds-Funktionen und Zugriff auf Datenmitglieder

```
// POST: return value is the numerator of *this
int numerator () const
{
    return n;
}
```

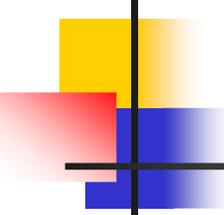
Im Rumpf einer Mitglieds-Funktion bezieht sich der Name eines Daten-Mitglieds auf das entsprechende Daten-Mitglied des impliziten Arguments `*this`

Mitglieds-Funktionen und Zugriff auf Datenmitglieder

```
// POST: return value is the numerator of *this  
int numerator () const  
{  
    return n;  
}
```

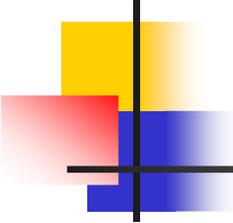


Im Rumpf einer Mitglieds-Funktion bezieht sich der Name eines Daten-Mitglieds auf das entsprechende Daten-Mitglied des impliziten Arguments ***this**



Konstruktoren

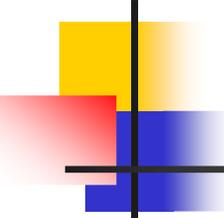
- sind spezielle Mitglieds-Funktionen, "zuständig" für die Initialisierung
- haben den Namen der Klasse und keinen Rückgabetyt



Konstruktoren

- sind spezielle Mitglieds-Funktionen, “zuständig” für die Initialisierung
- haben den Namen der Klasse und keinen Rückgabetyt

```
// PRE: d != 0
// POST: *this is initialized with numerator / denominator
rational (const int numerator, const int denominator)
    : n (numerator), d (denominator)
{
    assert (d != 0);
}
```

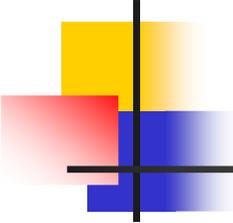


Konstruktoren

- sind spezielle Mitglieds-Funktionen, “zuständig” für die Initialisierung
- haben den Namen der Klasse und keinen Rückgabetyt

```
// PRE: d != 0
// POST: *this is initialized with numerator / denominator
rational (const int numerator, const int denominator)
    : n (numerator), d (denominator)
{
    assert (d != 0);
}
```

es gibt im allgemeinen mehrere Konstruktoren (des gleichen Namens), der Compiler findet jeweils den passenden.

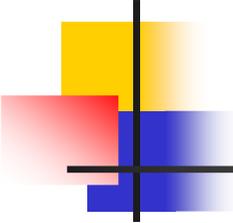


Konstruktoren

- sind spezielle Mitglieds-Funktionen, “zuständig” für die Initialisierung
- haben den Namen der Klasse und keinen Rückgabetyt

```
// PRE: d != 0
// POST: *this is initialized with numerator / denominator
rational (const int numerator, const int denominator)
    : n (numerator), d (denominator)
{
    assert (d != 0);
}
```

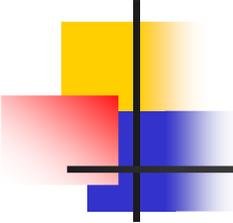
Initialisierer: Daten-Mitglieder werden (in der Reihenfolge ihrer Deklaration) initialisiert



Konstrukturen: Aufruf

- o implizit:

```
rational r (1,2); // initializes r with value 1/2
```

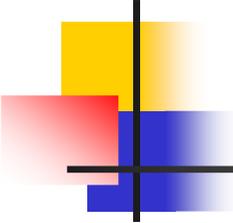


Konstruktor: Aufruf

- o implizit:

```
rational r (1,2); // initializes r with value 1/2
```

Konstruktor mit passender formaler Argumentliste wird ausgewählt; neue Variable `r` dient als `*this`



Konstruktor: Aufruf

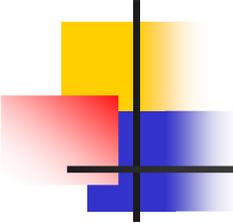
- o implizit:

```
rational r (1,2); // initializes r with value 1/2
```

Konstruktor mit passender formaler Argumentliste wird ausgewählt; neue Variable `r` dient als `*this`

- o explizit:

```
rational r = rational (1, 2);
```



Konstruktor: Aufruf

- o implizit:

```
rational r (1,2); // initializes r with value ½
```

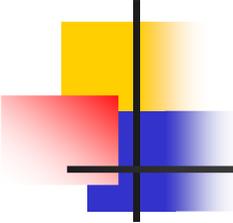
Konstruktor mit passender formaler Argumentliste wird ausgewählt; neue Variable `r` dient als `*this`

- o explizit:

Konstruktor mit passender formaler Argumentliste wird ausgewählt; ein neues `*this` wird erzeugt und dient als Rückgabewert

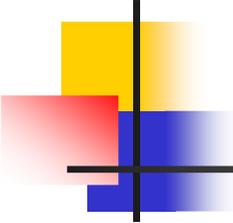
```
rational r = rational (1, 2);
```

Audruck vom Typ `rational`



Der Default-Konstruktor

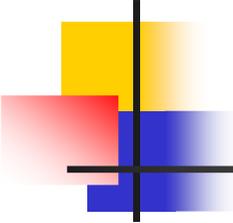
- wird automatisch aufgerufen bei Deklarationen der Form
`rational r;`
- ist der eindeutige Konstruktor mit leerer Argumentliste (falls existent)
- muss existieren, wenn `rational r;` kompilieren soll!



Der Default-Konstruktor

- wird automatisch aufgerufen bei Deklarationen der Form
`rational r;`
- ist der eindeutige Konstruktor mit leerer Argumentliste (falls existent)
- muss existieren, wenn `rational r;` kompilieren soll!

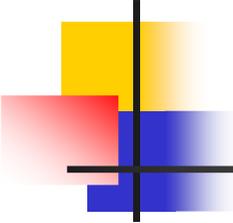
Gute Nachricht: es gibt keine uninitialisierten Variablen mit Klassentyp!



Der Default-Konstruktor

- wird automatisch aufgerufen bei Deklarationen der Form
`rational r;`
- ist der eindeutige Konstruktor mit leerer Argumentliste (falls existent)
- muss existieren, wenn `rational r;` kompilieren soll!

Schlechte Nachricht: für Klassen ohne Konstruktoren wird der Default-Konstruktor ausnahmsweise automatisch erzeugt (wegen Sprache C)

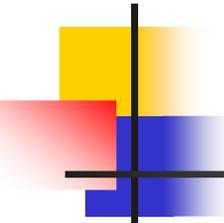


Der Default-Konstruktor

- wird automatisch aufgerufen bei Deklarationen der Form
`rational r;`
- ist der eindeutige Konstruktor mit leerer Argumentliste (falls existent)
- muss existieren, wenn `rational r;` kompilieren soll!

```
struct rational
```

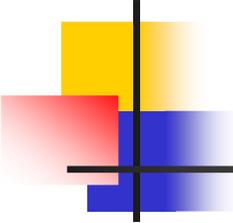
Schlechte Nachricht: für Klassen ohne Konstruktoren wird der Default-Konstruktor **ausnahmsweise** automatisch erzeugt (wegen Sprache C)



Der Default-Konstruktor für die Klasse `rational`

- initialisiert eine rationale Zahl sinnvollerweise mit Wert 0

```
// POST: *this is initialized with 0
rational ()
    : n (0), d (1)
    {}
```



Benutzerdefinierte Konversionen

- sind definiert durch Konstruktoren mit *genau einem* Argument

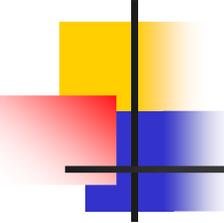
Benutzerdefinierte Konversionen

- sind definiert durch Konstruktoren mit *genau einem* Argument

```
// POST: *this is initialized with value i
rational (int i)
    : n (i), d (1)
    {}
```

Benutzerdefinierte Konversion von `int` nach `rational`. Damit wird `int` zu einem Typ, "dessen Werte nach `rational` konvertierbar sind";

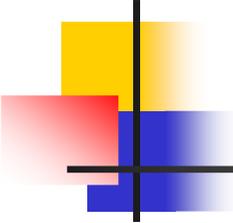
Benutzerdefinierte Konversionen



- o sind definiert durch Konstruktoren mit *genau einem* Argument

```
// POST: *this is initialized with value i
rational (int i)
    : n (i), d (1)
    {}
```

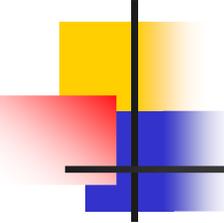
```
rational r = 2; // implizite Konversion
```



Benutzerdefinierte Konversionen

Wie kann man implizite Konversion von
`rational` nach `double` realisieren?

Benutzerdefinierte Konversionen



Wie kann man implizite Konversion von `rational` nach `double` realisieren?

- o Problem: `double` ist keine Klasse, wir können dem Typ keinen Konstruktor "verpassen" (gilt auch für alle anderen Zieltypen, die nicht "uns" gehören)

Benutzerdefinierte Konversionen

Wie kann man implizite Konversion von `rational` nach `double` realisieren?

- o Lösung: wir bringen "unserem" Typ `rational` die Konversion nach `double` bei (als Mitglieds-Funktion):

```
operator double ()  
{  
    return double(n)/d;  
}
```

impliziter Rückgabety `double`

Benutzerdefinierte Konversionen

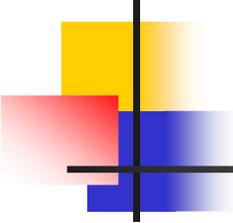
Wie kann man implizite Konversion von `rational` nach `double` realisieren?

- o Lösung: wir bringen "unserem" Typ `rational` die Konversion nach `double` bei (als Mitglieds-Funktion):

```
operator double ()  
{  
    return double(n)/d;  
}
```

impliziter Rückgabety `double`

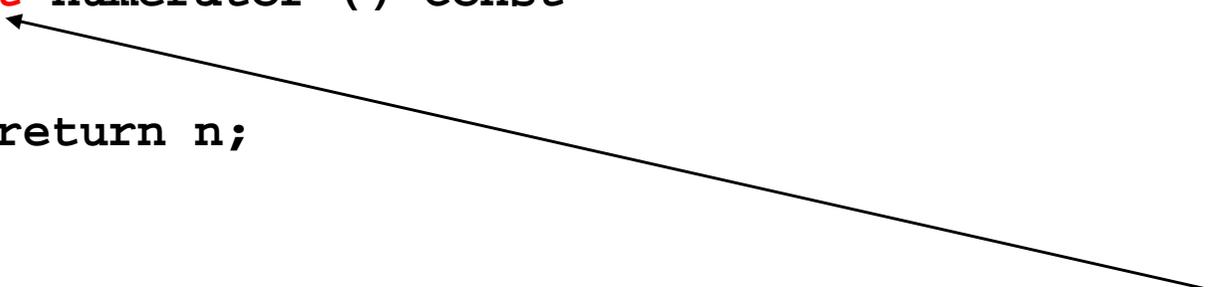
```
double x = rational (1, 2); // implizite Konversion
```



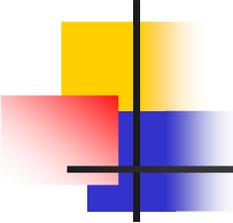
Geschachtelte Typen

- o Datenkapselung geht oft nicht weit genug:

```
// POST: return value is the numerator of *this
int numerator () const
{
    return n;
}
```



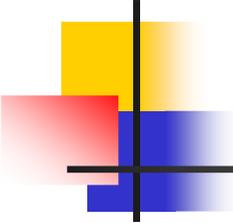
hier legen wir uns auf den Wertebereich (`int × int`) fest, können ihn also nicht ohne potentielle Änderungen im Anwendungscode erweitern, z.B. auf `ifm::integer`!



Geschachtelte Typen

Idee:

- der *Typ* von Zähler und Nenner ist für den Kunden **nicht sichtbar**
- dem Kunden werden **Eigenschaften** des Typs garantiert, und er kann den Typ **repräsentationsunabhängig** benutzen



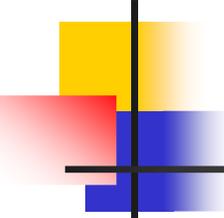
Geschachtelte Typen

Idee:

- der *Typ* von Zähler und Nenner ist für den Kunden **nicht sichtbar**
- dem Kunden werden **Eigenschaften** des Typs garantiert, und er kann den Typ **repräsentationsunabhängig** benutzen

z.B. : "integraler Typ, in den Werte vom Typ `int` konvertierbar sind"

Geschachtelte Typen: Realisierung



```
class rational {
public:
    // nested type for numerator and denominator
    typedef int rat_int;

    ...
    // realize all functionality in terms of "rat_int"
    // instead of "int"
    ...

private:
    rat_int n;
    rat_int d; // INV: d != 0
};
```

Geschachtelte Typen: Realisierung

```
class rational {  
public:  
    // nested type for numerator and denominator  
    typedef int rat_int;  
  
    ...  
    // realize all functionality in terms of "rat_int"  
    // instead of "int"  
    ...  
  
private:  
    rat_int n;  
    rat_int d; // INV: d != 0  
};
```

rat_int wird *Synonym*
für int (kein neuer Typ!)

Geschachtelte Typen: Realisierung

```
class rational {  
public:  
    // nested type for numerator and denominator  
    typedef int rat_int;  
  
    ...  
    // realize all functionality in terms of "rat_int"  
    // instead of "int"  
    ...  
  
private:  
    rat_int n;  
    rat_int d; // INV: d != 0  
};
```

rat_int wird *Synonym*
für int (kein neuer Typ!)

Anwendungscode:

```
typedef rational::rat_int rat_int;  
rational r (1,2);  
rat_int numerator = r.numerator(); // 1  
rat_int denominator = r.denominator(); // 2
```

Geschachtelte Typen: Realisierung

```
class rational {  
public:  
    // nested type for numerator and denominator  
    typedef int rat_int;  
  
    ...  
    // realize all functionality in terms of "rat_int"  
    // instead of "int"  
    ...  
  
private:  
    rat_int n;  
    rat_int d; // INV: d != 0  
};
```

rat_int wird *Synonym*
für int (kein neuer Typ!)

int-Werte konvertierbar nach rat_int

Anwendungscode:

```
typedef rational::rat_int rat_int;  
rational r (1,2);  
rat_int numerator = r.numerator(); // 1  
rat_int denominator = r.denominator(); // 2
```

Geschachtelte Typen: Realisierung

```
class rational {
public:
    // nested type for numerator and denominator
    // typedef int rat_int;
    typedef ifm::integer rat_int;
    ...
    // realize all functionality in terms of "rat_int"
    // instead of "int"
    ...

private:
    rat_int n;
    rat_int d; // INV: d!= 0
};
```

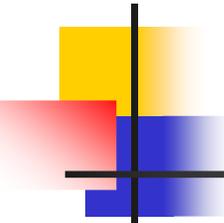
So geht's dann auch!

int-Werte konvertierbar nach `rat_int`

Anwendungscode:

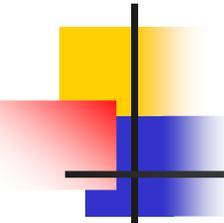
```
typedef rational::rat_int rat_int;
rational r (1,2);
rat_int numerator = r.numerator(); // 1
rat_int denominator = r.denominator(); // 2
```

Klassen in Aktion: Zufallszahlen



- Viele Algorithmen setzen den Zufall gezielt ein: *randomisierte Algorithmen*
- Beispiele:
 - Vergleich zweier Rechnerinhalte durch ein Protokoll mit wenig Datenaustausch
 - Mehrere "Algorithmen der Woche" (im Rahmen *Informatikjahr 2006* (D))

Klassen in Aktion: Zufallszahlen



Für Computerspiele brauchen wir
unvorhersehbares Verhalten

des Computers:

- Schachprogramm sollte auf meine immer gleichen Züge abwechselnd reagieren
- Feinde im Aktionsspiel sollten nicht immer zur gleichen Zeit und an der gleichen Stelle auftauchen

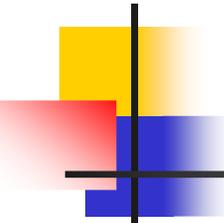
Klassen in Aktion: Zufallszahlen

Für Computerspiele brauchen wir
unvorhersehbares Verhalten
des Computers:

Unvorhersehbarkeit
dank mangelnden
Wissens genügt, ab-
solute Unvorherseh-
barkeit ist nicht nötig

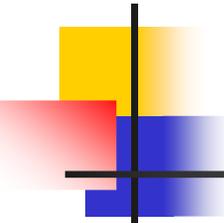
- Schachprogramm sollte auf meine immer gleichen Züge abwechselnd reagieren
- Feinde im Aktionsspiel sollten nicht immer zur gleichen Zeit und an der gleichen Stelle auftauchen

Klassen in Aktion: Zufallszahlen



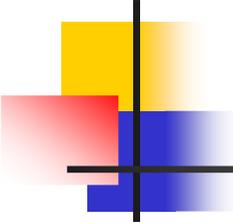
- Programme erzeugen unvorhersehbares Verhalten mit *Zufallszahlengenerator...*

Klassen in Aktion: Zufallszahlen



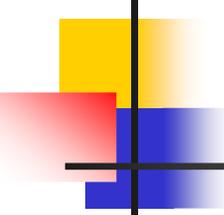
- Programme erzeugen unvorhersehbares Verhalten mit *Zufallszahlengenerator...*
- ...aber nach einer *festen* Regel

Wir erhalten dabei **Pseudozufallszahlen**



Die lineare Kongruenzmethode

- erzeugt Folge von Pseudozufallszahlen, abhängig von vier natürlichen Zahlen
 - a (der Multiplikator)
 - c (die Verschiebung)
 - m (der Modulus)
 - x_0 (der Keim)

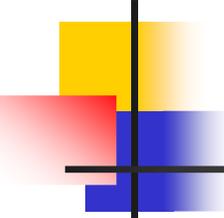


Die lineare Kongruenzmethode

- erzeugt Folge von Pseudozufallszahlen, abhängig von vier natürlichen Zahlen
 - a (der Multiplikator)
 - c (die Verschiebung)
 - m (der Modulus)
 - x_0 (der Keim)

$$x_i := (a \cdot x_{i-1} + c) \bmod m, \quad i > 0$$

Die lineare Kongruenzmethode



Beispiel:

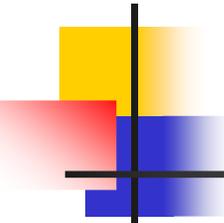
$$a = 137; \quad c = 187; \quad m = 2^8 = 256; \quad x_0 = 0$$

Die lineare Kongruenzmethode

Beispiel:

$$a = 137; \quad c = 187; \quad m = 2^8 = 256; \quad x_0 = 0$$

- o $x_1, x_2, \dots = 187, 206, 249, 252, 151, 138, 149, 120, 243, 198, 177, 116, 207, 130, 77, 240, 43, 190, 105, 236, 7, 122, 5, 104, 99, 182, 33, 100, 63, 114, 189, 224, 155, 174, 217, 220, 119, 106, 117, 88, 211, 166, 145, 84, 175, 98, 45, 208, 11, 158, 73, 204, 231, 90, 229, 72, 67, 150, 1, 68, 31, 82, 157, 192, 123, 142, 185, 188, 87, 74, 85, 56, 179, 134, 113, 52, 143, 66, 13, 176, 235, 126, 41, 172, 199, 58, 197, 40, 35, 118, 225, 36, 255, 50, 125, 160, 91, 110, 153, 156, 55, 42, 53, 24, 147, 102, 81, 20, 111, 34, 237, 144, 203, 94, 9, 140, 167, 26, 165, 8, 3, 86, 193, 4, 223, 18, 93, 128, 59, 78, 121, 124, 23, 10, 21, 248, 115, 70, 49, 244, 79, 2, 205, 112, 171, 62, 233, 108, 135, 250, 133, 232, 227, 54, 161, 228, 191, 242, 61, 96, 27, 46, 89, 92, 247, 234, 245, 216, 83, 38, 17, 212, 47, 226, 173, 80, 139, 30, 201, 76, 103, 218, 101, 200, 195, 22, 129, 196, 159, 210, 29, 64, 251, 14, 57, 60, 215, 202, 213, 184, 51, 6, 241, 180, 15, 194, 141, 48, 107, 254, 169, 44, 71, 186, 69, 168, 163, 246, 97, 164, 127, 178, 253, 32, 219, 238, 25, 28, 183, 170, 181, 152, 19, 230, 209, 148, 239, 162, 109, 16, 75, 222, 137, 12, 39, 154, 37, 136, 131, 214, 65, 132, 95, 146, 221, 0, 187, \dots$



Die lineare Kongruenzmethode

Normalisierung

Man erhält reelle Pseudozufallszahlen im halboffenen Intervall $[0, 1)$ als Folge

$$x_1/m, x_2/m, x_3/m, \dots$$

Eine Zufallszahlen-Bibliothek: Die Header-Datei `random.h`

```
// Prog: random.h
// define a class for pseudorandom numbers.

namespace ifm {
  // class random: definition
  class random {
  public:
    // POST: *this is initialized with the linear congruential
    //        random number generator
    //         $x_i = (a * x_{i-1} + c) \bmod m$ 
    //        with seed x0.
    random (unsigned int a, unsigned int c,
            unsigned int m, unsigned int x0);

    // POST: return value is the next pseudorandom number
    //        in the sequence of the  $x_i$ , divided by m
    double operator()();

  private:
    const unsigned int a_; // multiplier
    const unsigned int c_; // offset
    const unsigned int m_; // modulus
    unsigned int xi_;      // current sequence element
  };
} // end namespace ifm
```

Klasse zur Repräsentation einer Folge
 X_0, X_1, X_2, \dots von Pseudozufallszahlen

Eine Zufallszahlen-Bibliothek: Die Header-Datei `random.h`

```
// Prog: random.h
// define a class for pseudorandom numbers.

namespace ifm {
    // class random: definition
    class random {
    public:
        // POST: *this is initialized with the linear congruential
        //         random number generator
        //          $x_i = (a * x_{i-1} + c) \bmod m$ 
        //         with seed x0.
        random (unsigned int a, unsigned int c,
                unsigned int m, unsigned int x0);

        // POST: return value is the next pseudorandom number
        //         in the sequence of the  $x_i$ , divided by m
        double operator()();

    private:
        const unsigned int a_; // multiplier
        const unsigned int c_; // offset
        const unsigned int m_; // modulus
        unsigned int xi_;      // current sequence element
    };
} // end namespace ifm
```

Konstruktor (Deklaration): initialisiert
den Generator mit a , c , m , x_0

Eine Zufallszahlen-Bibliothek: Die Header-Datei `random.h`

```
// Prog: random.h
// define a class for pseudorandom numbers.

namespace ifm {
    // class random: definition
    class random {
    public:
        // POST: *this is initialized with the linear congruential
        //         random number generator
        //          $x_i = (a * x_{i-1} + c) \bmod m$ 
        //         with seed x0.
        random (unsigned int a, unsigned int c,
                unsigned int m, unsigned int x0);

        // POST: return value is the next pseudorandom number
        //         in the sequence of the  $x_i$ , divided by m
        double operator()();

    private:
        const unsigned int a_; // multiplier
        const unsigned int c_; // offset
        const unsigned int m_; // modulus
        unsigned int xi_;      // current sequence element
    };
} // end namespace ifm
```

Mitglieds-Funktion zur Ausgabe der jeweils nachsten Pseudozufallszahl x_i/m

Eine Zufallszahlen-Bibliothek: Die Header-Datei `random.h`

```
// Prog: random.h
// define a class for pseudorandom numbers.

namespace ifm {
    // class random: definition
    class random {
    public:
        // POST: *this is initialized with the linear congruential
        //         random number generator
        //          $x_i = (a * x_{i-1} + c) \bmod m$ 
        //         with seed x0.
        random (unsigned int a, unsigned int c,
                unsigned int m, unsigned int x0);

        // POST: return value is the next pseudorandom number
        //         in the sequence of the  $x_i$ , divided by m
        double operator()();

    private:
        const unsigned int a_; // multiplier
        const unsigned int c_; // offset
        const unsigned int m_; // modulus
        unsigned int xi_;      // current sequence element
    };
} // end namespace ifm
```

Mitglieds-Funktion zur Ausgabe der jeweils nächsten Pseudozufallszahl x_i/m

überladener *Klammeroperator* (hier: keine Parameter); erlaubt funktionale Notation

Eine Zufallszahlen-Bibliothek: Die Header-Datei `random.h`

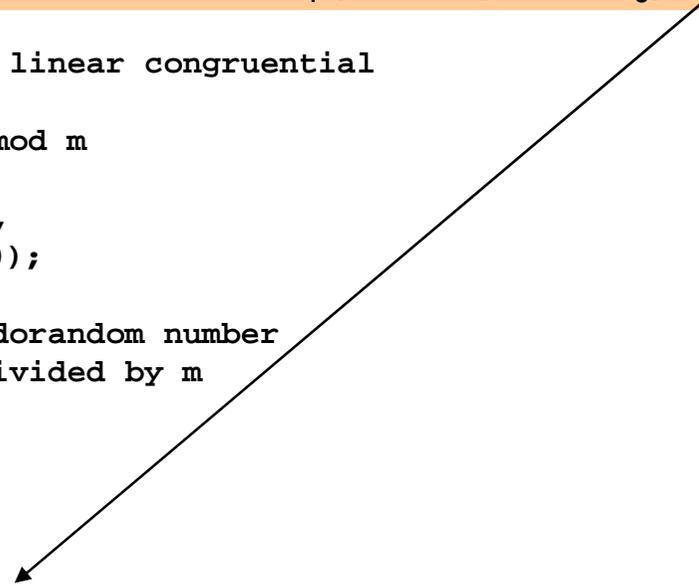
```
// Prog: random.h
// define a class for pseudorandom numbers.

namespace ifm {
    // class random: definition
    class random {
    public:
        // POST: *this is initialized with the linear congruential
        //         random number generator
        //          $x_i = (a * x_{i-1} + c) \bmod m$ 
        //         with seed x0.
        random (unsigned int a, unsigned int c,
                unsigned int m, unsigned int x0);

        // POST: return value is the next pseudorandom number
        //         in the sequence of the  $x_i$ , divided by m
        double operator()();

    private:
        const unsigned int a_; // multiplier
        const unsigned int c_; // offset
        const unsigned int m_; // modulus
        unsigned int xi_;      // current sequence element
    };
} // end namespace ifm
```

Datenmitglieder zur Speicherung der
Werte a , c , m und x_i (initial gleich x_0)



Eine Zufallszahlen-Bibliothek: Implementierung `random.cpp`

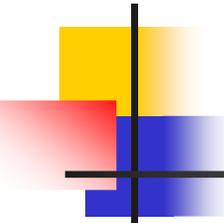
```
// Prog: random.cpp
// implement a class for pseudorandom numbers.

#include <IFM/random.h>

namespace ifm {
    // class random: implementation
    random::random(unsigned int a, unsigned int c,
                   unsigned int m, unsigned int x0)
        : a_(a), c_(c), m_(m), xi_(x0)
    {}

    double random::operator()()
    {
        // update xi according to formula,...
        xi_ = (a_ * xi_ + c_) % m_;
        // ...normalize it to [0,1), and return it
        return double(xi_) / m_;
    }
} // end namespace ifm
```

Konstruktor-Definition (initialisiert die Daten-Mitglieder)



Eine Zufallszahlen-Bibliothek: Implementierung `random.cpp`

```
// Prog: random.cpp
// implement a class for pseudorandom numbers.

#include <IFM/random.h>

namespace ifm {
    // class random: implementation
    random::random(unsigned int a, unsigned int c,
                   unsigned int m, unsigned int x0)
        : a_(a), c_(c), m_(m), xi_(x0)
    {}

    double random::operator()()
    {
        // update xi according to formula,...
        xi_ = (a_ * xi_ + c_) % m_;
        // ...normalize it to [0,1), and return it
        return double(xi_) / m_;
    }
} // end namespace ifm
```

Definitionen von Mitglieds-Funktionen
ausserhalb der Klassendefinition müssen mit
dem **Klassennamen** *qualifiziert* werden

Eine Zufallszahlen-Bibliothek: Implementierung `random.cpp`

```
// Prog: random.cpp
// implement a class for pseudorandom numbers.

#include <IFM/random.h>

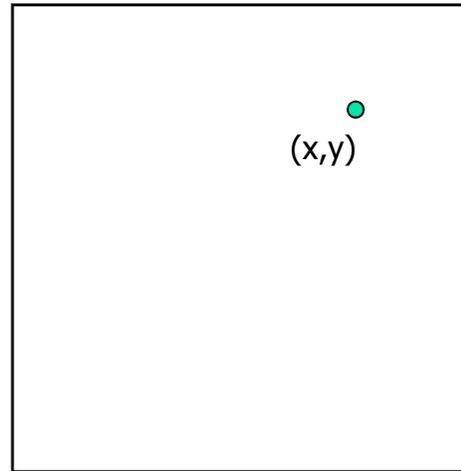
namespace ifm {
    // class random: implementation
    random::random(unsigned int a, unsigned int c,
                   unsigned int m, unsigned int x0)
        : a_(a), c_(c), m_(m), xi_(x0)
    {}

    double random::operator>()()
    {
        // update xi according to formula,...
        xi_ = (a_ * xi_ + c_) % m_;
        // ...normalize it to [0,1), and return it
        return double (xi_) / m_;
    }
} // end namespace ifm
```

Definition der Mitglieds-Funktion
für die nächste Pseudozufallszahl

Anwendung Zufallszahlen: Approximation von π

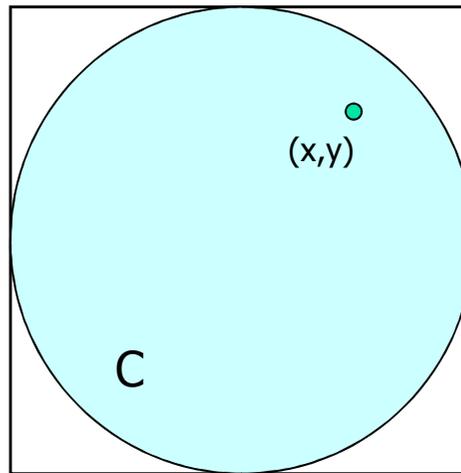
- Wähle zufälligen Punkt (x,y) aus $[0,1]^2$

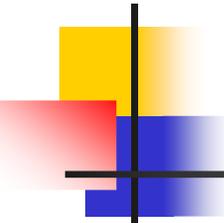


Anwendung Zufallszahlen: Approximation von π

- Wähle zufälligen Punkt (x,y) aus $[0,1]^2$
- Wahrscheinlichkeit für " (x,y) in C " ist

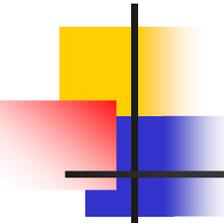
$$\pi / 4$$





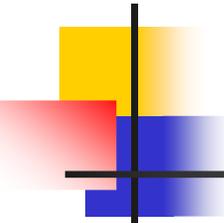
Anwendung Zufallszahlen: Approximation von π

- Wähle zufälligen Punkt (x,y) aus $[0,1]^2$
- Wahrscheinlichkeit für " (x,y) in C" ist
$$\pi / 4$$
- Bei n-facher Wiederholung des Experiments ist der Anteil der Punkte in C ungefähr $n \cdot \pi / 4$
- $\pi \approx 4 \cdot \text{Anzahl Punkte in C} / n$



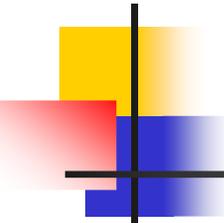
Anwendung von Zufallszahlen: Das Spiel "Zahlen wählen"

- zwei Spieler A und B schreiben jeweils unabhängig eine Zahl aus $\{1, \dots, 6\}$ auf
- die Zahlen a und b werden verglichen:
 - (a) $a = b$: Unentschieden
 - (b) $|a-b| = 1$: Spieler mit *kleinerer* Zahl gewinnt und erhält CHF 2 vom anderen
 - (c) $|a-b| \geq 2$: Spieler mit *grösserer* Zahl gewinnt und erhält CHF 1 vom anderen



Anwendung von Zufallszahlen: Das Spiel "Zahlen wählen"

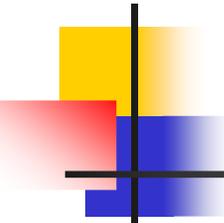
Wie spielen Sie gegen Ihre Kollegin, wenn Sie 100 Runden vereinbart haben?



Anwendung von Zufallszahlen: Das Spiel "Zahlen wählen"

Wie spielen Sie gegen Ihre Kollegin, wenn Sie 100 Runden vereinbart haben?

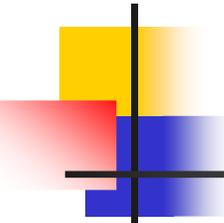
- o sicher nicht immer die gleiche Zahl
(Kollegin kann Sie dann stets schlagen)



Anwendung von Zufallszahlen: Das Spiel "Zahlen wählen"

Wie spielen Sie gegen Ihre Kollegin, wenn Sie 100 Runden vereinbart haben?

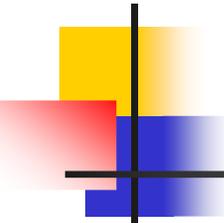
- sicher nicht immer die gleiche Zahl (Kollegin kann Sie dann stets schlagen)
- Jede Zahl mit Wahrscheinlichkeit $1/6$ (Würfel) ist besser, Sie können aber auch dann geschlagen werden



Anwendung von Zufallszahlen: Das Spiel "Zahlen wählen"

Wie spielen Sie gegen Ihre Kollegin, wenn Sie 100 Runden vereinbart haben?

- "gezinkter Würfel": Zahl i wird mit Wahrscheinlichkeit p_i gewählt, $\sum p_i = 1$
- kann leicht mit "unserer" Bibliothek von Zufallszahlen implementiert werden
- Es gibt unschlagbaren gezinkten Würfel!



Anwendung von Zufallszahlen: Das Spiel "Zahlen wählen"

Wie spielen Sie gegen Ihre Kollegin, wenn Sie 100 Runden vereinbart haben?

- "gezinkter Würfel": Zahl i wird mit Wahrscheinlichkeit p_i gewählt, $\sum p_i = 1$
- kann leicht mit "unserer" Bibliothek von Zufallszahlen implementiert werden
- Es gibt unschlagbaren gezinkten Würfel!

Es lohnt sich auch finanziell, Informatik zu studieren
(Details und Programme im Skript)!