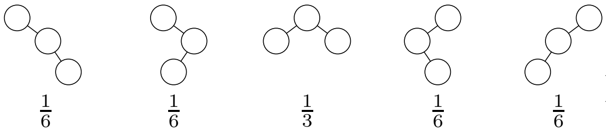
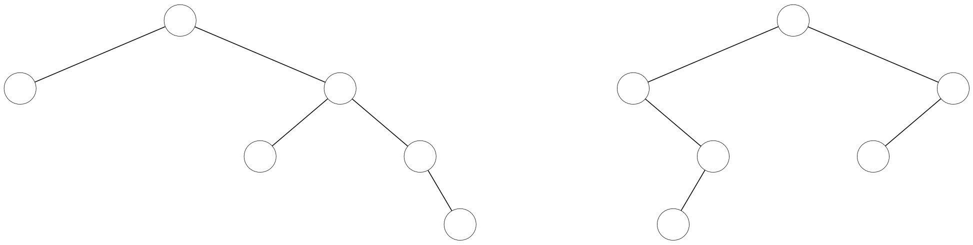
Aufgabe 1

(a) Bestimmen Sie die erwartete Höhe eines zufälligen binären Suchbaums auf drei Knoten.

(Zur Erinnerung: 

)

(b) Welcher der beiden binären Suchbäume auf 6 Knoten ist wahrscheinlicher (in der in der Vorlesung definierten Verteilung zufälliger Suchbäume)?



Aufgabe 2

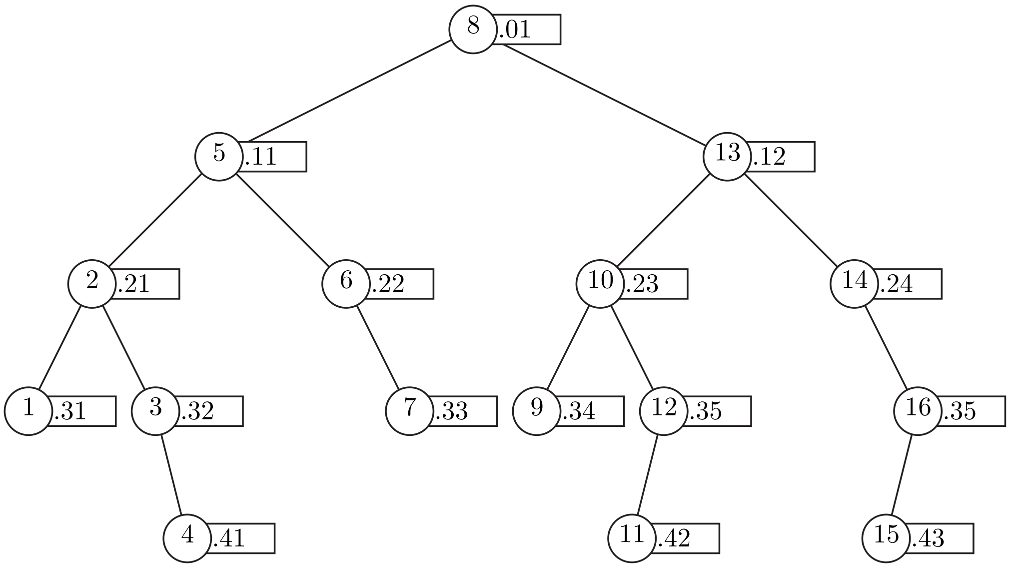
Betrachten Sie die beiden Zufallsvariablen $D_n^{(1)}$ und $D_n^{(n)}$. (Zur Erinnerung: $D_n^{(i)}$ ist die erwartete Tiefe des Knotens von Rang i in einem zufälligen Suchbaum mit n Knoten.)

(a) Haben beide Variablen den gleichen Erwartungswert?

(b) Haben beide Variablen die gleiche Verteilung?

Aufgabe 3

Gegeben sei der folgende Treap. Wie viele Rotationen braucht man, um das Element mit Schlüssel 5 zu löschen?



Aufgabe 4

Bestimmen Sie die erwartete Anzahl von Knoten mit zwei Kindern in einem zufälligen Suchbaum mit n Knoten.

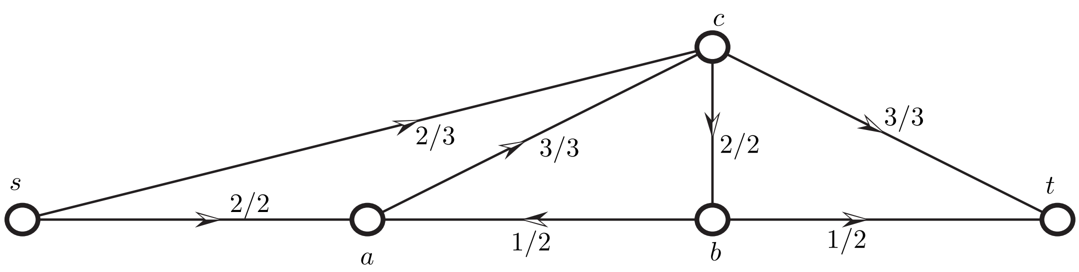
Aufgabe 5

(a) Definieren Sie den Begriff des maximalen Flusses in einem Netzwerk (G, s, t, c).

(b) Gegeben sei ein Netzwerk (G, s, t, c) für das c ein zulässiger Fluss ist. Ist c dann auch notwendigerweise ein maximaler Fluss?

Aufgabe 6

Bestimmen Sie für das unten angegebene Netzwerk (G, s, t, c) mit Fluss f das zugehörige residuale Netzwerk mit seinen residualen Kapazitäten. (Zur Notation: An jeder Kante e ist der Fluss $f(e)$ und die Kapazität $c(e)$ notiert durch $f(e)/c(e)$.)



G_f (bitte ausfüllen):

Aufgabe 7

Wie kann man die Algorithmen zur Bestimmung eines maximalen Flusses aus der Vorlesung benutzen, um einen maximalen Fluss in einem Netzwerk mit ausschliesslich Knoten-Kapazitäten zu generieren? (Solch ein Netzwerk hat keine Kapazitätsbedingungen auf den Kanten. Stattdessen hat jeder Knoten v eine Kapazität $c(v)$ und es muss gelten: $\sum_{(x,v)} f(x,v) \leq c(v)$.)